

A thick vertical brown bar on the left side of the page. A horizontal orange arrow points to the right, overlapping the bar. The text '3. Semester' is centered inside the arrow.

3. Semester

Formelsammlung

Einführung in die Elektrotechnik
und Elektronik (EUE05 & GEM07A)

Several thin, curved lines in shades of brown and orange originate from the bottom left and extend upwards and to the right, creating a decorative, organic shape.

Wilhelm Büchner Hochschule
PFUNGSTADT

Inhaltsverzeichnis

1	SI-Präfix	2
2	Konstanten.....	3
3	GEM07A - Bauelemente und Grundsaltungen.....	4
3.1	Widerstand.....	4
3.2	Kondensator	8
3.3	Spule	9
3.4	Nichtlineare Widerstände	10
3.5	Gleichrichterdiode.....	11
3.6	Temperaturabhängigkeit Strom-Spannungs-Charakteristik	12
3.7	Statische Verlustleistungsberechnung	13
3.8	Z-Diode	14
3.9	Einweggleichrichter	15
3.10	Einweggleichrichtung bei ohmsch-induktiver Last.....	16
3.11	Bipolartransistor	17
3.12	(4)-Quadranten-Kennlinienfeld	18
3.13	Emitter-Verstärkerschaltung	19
3.14	h-Ersatzschaltbild.....	21
3.15	MOS-Feldeffekttransistor	25
3.16	CMOS-Inverter	26
3.17	CMOS-Logik	28
4	EUE05 - Digitale Schaltungen	29
4.1	Halbleiterspeicher	31
4.2	AD-/ DA-Umsetzer	31
5	Anhang	32

1 SI-Präfix

PREFIX	SYMBOL	MULTIPLIER	EXPONENT FORM
exa	E	1, 000, 000, 000, 000, 000, 000	10^{18}
peta	P	1, 000, 000, 000, 000, 000	10^{15}
tera	T	1, 000, 000, 000, 000	10^{12}
giga	G	1, 000, 000, 000	10^9
mega	M	1, 000, 000	10^6
kilo	k	1, 000	10^3
hecto	h	100	10^2
deca	da	10	10^1
Basic Unit	Basic Unit	1	10^0
deci	d	0.1	10^{-1}
centi	c	0.01	10^{-2}
milli	m	0.001	10^{-3}
micro	μ	0.000, 001	10^{-6}
nano	n	0.000, 000, 001	10^{-9}
pico	p	0.000, 000, 000, 001	10^{-12}
femto	f	0.000, 000, 000, 000, 001	10^{-15}
atto	a	0.000, 000, 000, 000, 000, 001	10^{-18}

2 Konstanten

Lichtgeschwindigkeit (Vakuum)	c_0	= 299 792,458 · 10 ³ m · s ⁻¹ (exakt)
elektrische Feldkonstante (= $(\mu_0 \cdot c^2)^{-1}$)	ϵ_0	= 8,854 187 817 62... · 10 ⁻¹² F · m ⁻¹ (exakt)
magnetische Feldkonstante (= $4\pi \cdot 10^{-7}$ H · m ⁻¹)	μ_0	= 1,256 637 061 44... · 10 ⁻⁶ H · m ⁻¹ (exakt)
Normalfallbeschleunigung	g_n	= 9,806 65 m · s ⁻² (exakt)
Gravitationskonstante	γ	= 6,673 84 (80) · 10 ⁻¹¹ N · m ² · kg ⁻²
Gaskonstante, molare	R	= 8,314 4621 (75) J · mol ⁻¹ · K ⁻¹
Avogadro-Konstante	N_A	= 6,022 141 29 (27) · 10 ²³ mol ⁻¹
Loschmidt-Konstante (0°C, 101,325 kPa)	N_L	= 2,686 7805 (24) · 10 ²⁵ m ⁻³
Boltzmann-Konstante	k_b	= 1,380 6488 (13) · 10 ⁻²³ J · K ⁻¹
Stephan-Boltzmann-Konstante	σ	= 5,670 373 (21) · 10 ⁻⁸ W · m ⁻² · K ⁻⁴
Normvolumen, molares (0°C, 101,325 kPa)	V_m	= 22,413 968 (20) · 10 ⁻³ m ³ · mol ⁻¹
magnetisches Flussquant	Φ_0	= 2,067 833 758 (46) · 10 ⁻¹⁵ Wb
Josephson-Konstante	K_1	= 483 597,870 (11) · 10 ⁹ Hz · V ⁻¹
Faraday-Konstante	F	= 96 485,3365 (21) C · mol ⁻¹
von-Klitzing-Konstante	R_K	= 25 812,807 4434 (84) Ω
Planck-Konstante	h	= 6,626 069 57 (29) · 10 ⁻³⁴ J · s
Rydberg-Konstante	R_∞	= 1,097 373 156 8539 (55) · 10 ⁷ m ⁻¹
Feinstruktur-Konstante (inverse)	α^{-1}	= 137,035 999 074 (44)
Compton-Wellenlänge	λ_c	= 2,426 310 2389 (16) · 10 ⁻¹² m
elektrische Elementarladung	e	= 1,602 176 565 (35) · 10 ⁻¹⁹ C
Elektronruhemasse	m_e	= 9,109 382 91 (40) · 10 ⁻³¹ kg
Elektronenradius	r_e	= 2,817 940 3267 (27) · 10 ⁻¹⁵ m
Atomare Masseneinheit	u	= 1,660 538 921 (73) · 10 ⁻²⁷ kg
Protonenruhemasse	m_p	= 1,672 621 777 (74) · 10 ⁻²⁷ kg
Neutronenruhemasse	m_n	= 1,674 927 351 (74) · 10 ⁻²⁷ kg
Spez. Elektronenladung	$e_0 \cdot m_e^{-1}$	= -1,758 820 088 (39) · 10 ¹¹ C · kg ⁻¹

3 GEM07A - Bauelemente und Grundschaltungen

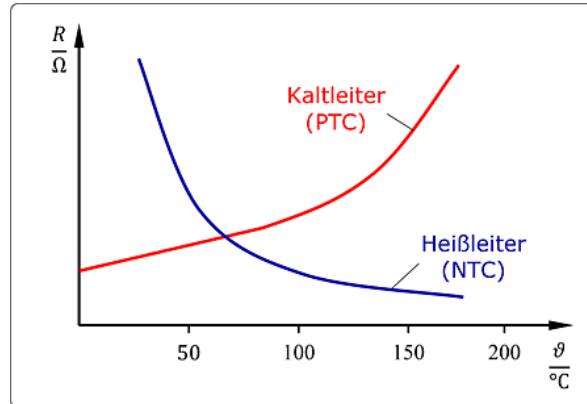
3.1 Widerstand

Temperaturabhängigkeit des ohmschen Widerstands

$$R(\vartheta) = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$R(\vartheta) = R_0(1 + \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_0))$$

R	Widerstand	Ω
α	Temperaturkoeffizient	$1/K$
ϑ	Temperatur	$^{\circ}C$



Heißeiter (Negative Temperatur Coefficient)

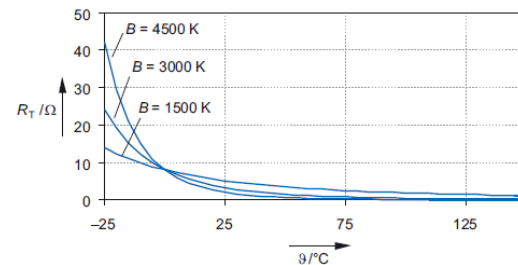
$$\alpha < 0$$

$$R_T = R_N \cdot e^{B \left(\frac{1}{\vartheta} - \frac{1}{\vartheta_N} \right)}$$

R	Widerstand	Ω
ϑ	Temperatur	$^{\circ}C$
B	Energiekonstante	K

$$R_T(\vartheta \rightarrow \infty) = R_{T\infty} = R_N \cdot e^{-\frac{B}{\vartheta_N}}$$

$$R_T(\vartheta \rightarrow 0) = R_{T0} = \infty$$



Kaltleiter (Positive Temperatur Coefficient)

$$\alpha > 0$$

$$R(\vartheta) = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta + \beta \cdot \Delta\vartheta^2)$$

R	Widerstand	Ω
α	Linearer Temperaturkoeffizient	$1/K$
β	Quadratischer Temperaturkoeffizient	$1/K^2$
ϑ	Temperatur	$^{\circ}C$

Verlustleistung

$$P_V = U \cdot I$$

$$P_V = \frac{\vartheta - \vartheta_U}{R_{TH}}$$

$$P_V = G_{TH}(\vartheta - \vartheta_U)$$

$$P_V = C_{TH} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{\vartheta - \vartheta_U}{R_{TH}}$$

$$P_V = I^2 \cdot R_T$$

$$P_V = \frac{U^2}{R_T}$$

P	Leistung	W
U	Spannung	V
I	Stromstärke	A
ϑ	Temperatur	$^{\circ}C$
R_{TH}	Thermischer Widerstand	K/Ω
G_{TH}	Thermischer Leitwert	K/S
R	Widerstand	Ω
C_{TH}	Wärmekapazität	J/K

Leistung

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = U \cdot I$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$P = I^2 \cdot R$$

P	Leistung	W
W	Energie	$J = Ws$
U	Spannung	V
I	Stromstärke	A
t	Zeit	s
R	Widerstand	Ω

Stromstärke

$$I = \sqrt{\frac{G_{TH}(\vartheta - \vartheta_U)}{R_T}}$$

$$I = \sqrt{\frac{G_{TH}(\vartheta - \vartheta_U)}{R_N \cdot e^{B\left(\frac{1}{\vartheta} - \frac{1}{\vartheta_N}\right)}}$$

$$I = \sqrt{\frac{G_{TH}(\vartheta - \vartheta_U)}{R_N}} \cdot e^{-\frac{B}{2}\left(\frac{1}{\vartheta} - \frac{1}{\vartheta_N}\right)}$$

I	Stromstärke	A
G_{TH}	Thermischer Leitwert	K/S
ϑ	Temperatur	$^{\circ}C$
R	Widerstand	Ω
B	Energiekonstante	K

Spannung

$$U = \sqrt{G_{TH}(\vartheta - \vartheta_U) \cdot R_T}$$

$$U = \sqrt{G_{TH}(\vartheta - \vartheta_U) \cdot R_N \cdot e^{B\left(\frac{1}{\vartheta} - \frac{1}{\vartheta_N}\right)}}$$

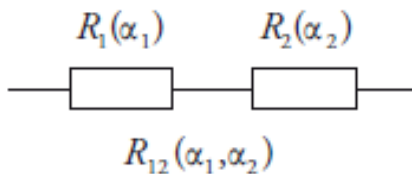
$$U = \sqrt{G_{TH}(\vartheta - \vartheta_U) \cdot R_N \cdot e^{\frac{B}{2}\left(\frac{1}{\vartheta} - \frac{1}{\vartheta_N}\right)}}$$

U	Spannung	V
G_{TH}	Thermischer Leitwert	K/S
ϑ	Temperatur	$^{\circ}C$
R	Widerstand	Ω
B	Energiekonstante	K

Temperaturkoeffizient

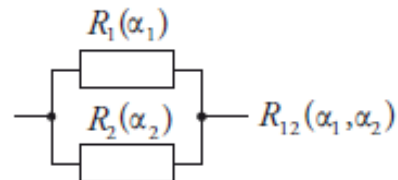
R	Widerstand	Ω
α	Temperaturkoeffizient	$1/K$

Reihenschaltung



$$\alpha_{12} = \frac{\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2}{R_1 + R_2}$$

Parallelschaltung



$$\alpha_{12} = \frac{\alpha_1 R_2 + \alpha_2 R_1 + \alpha_1 \alpha_2 (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + \alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2}$$

Widerstandswerte

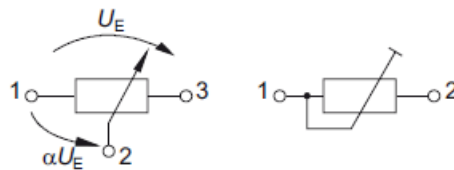
$$z = \sqrt[n]{10^m} = 10^{\frac{m}{n}}$$

$$n = 3, 6, 12, \dots, 192$$

$$0 \leq m \leq n - 1$$

z	Einzelwerte Dekade
n	Nummer E-Reihe
m	Zahl

Faktor bei Potenziometer (einstellbare Widerstände)



$$\alpha = \frac{R_{12}}{R_{13}}$$

R	Widerstand	Ω
α	Temperaturkoeffizient	$1/K$

Gleichstromwiderstand

$$R_{AP} = \frac{U_{AP}}{I_{AP}} = \left. \frac{U}{I} \right|_{AP}$$

Steigung Sekante

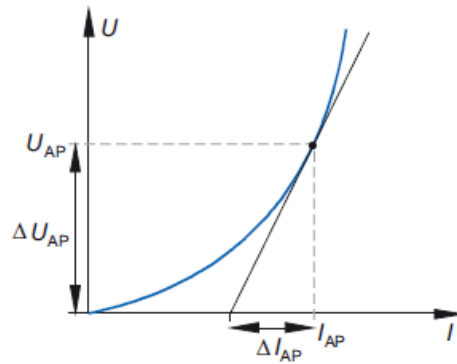
R	Widerstand	Ω
I	Stromstärke	A
U	Spannung	V

Differenzieller Widerstand
(Wechselgrößenwiderstand)

$$r_{DAP} = \frac{\Delta U_{AP}}{\Delta I_{AP}} = \left. \frac{dU}{dI} \right|_{AP}$$

Steigung Tangente

r_D	Differenzieller Widerstand	Ω
I	Stromstärke	A
U	Spannung	V



Monoton wachsend

$$r_D > R$$

Monoton fallend

$$r_D < R$$

3.2 Kondensator

Kapazität

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

C	Kapazität	$F = As/V$
ϵ	Permittivität	F/m $= As/Vm$
A	Fläche	m^2
d	Abstand	m
Q	Ladungsmenge	$As = C$
U	Spannung	V

Verlustfaktor

$$D = \tan \delta$$

$$D = \frac{P}{Q}$$

$$D = \frac{1}{G}$$

D	Verlustfaktor	
δ	Verlustwinkel	
P	Wirkleistung	W
Q	Blindleistung	W
G	Güte	

Kapazitiver Wirkwiderstand

$$R_C = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot \tan \delta}$$

$$R_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C \cdot \tan \delta}$$

R_C	Kapazitiver Wirkwiderstand	Ω
ω	Winkelgeschwindigkeit	$1/s$
π	Pi	3,14159...
f	Frequenz	$1/s=Hz$
C	Kapazität	$F = As/V$
δ	Verlustwinkel	

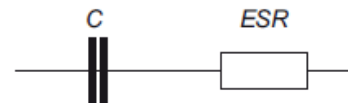
Kapazitiver Blindwiderstand

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

X_C	Kapazitiver Widerstand	Ω
ω	Winkelgeschwindigkeit	$1/s$
π	Pi	3,14159...
f	Frequenz	$1/s=Hz$
C	Kapazität	$F = As/V$

ESR (Equivalent Series Resistance)



$$ESR = \frac{\tan \delta(f_0)}{2\pi f_0 C}$$

ESR	Equivalent Series Resistance	
δ	Verlustwinkel	
π	Pi	3,14159...
f	Frequenz	$1/s=Hz$
C	Kapazität	$F = As/V$

3.3 Spule

Induktivität

$$L(I) = \frac{\Psi(I)}{I}$$

$$L = \mu \cdot \frac{A \cdot n^2}{l}$$

$$L = \mu_0 \mu_R \cdot \frac{A \cdot n^2}{l}$$

L	Induktivität	$H = Vs/A$
Ψ	Magnetischer Fluss	$Wb = Vs$
I	Stromstärke	A
μ	Magnetische Feldkonstante	Vs/Am
A	Fläche	m^2
l	Länge	m
n	Windungszahl	

Verlustfaktor

$$D = \tan \delta$$

$$D = \frac{1}{G}$$

$$D = \frac{P}{Q}$$

$$D = \frac{R}{\omega L}$$

D	Verlustfaktor	
δ	Verlustwinkel	
G	Güte	
P	Wirkleistung	W
Q	Blindleistung	W
R	Widerstand	Ω
ω	Winkelgeschwindigkeit	$1/s$
L	Induktivität	$H = V \cdot s/A$

Induktiver Wirkwiderstand

$$R_L = \omega \cdot L \cdot \tan \delta$$

R_L	Induktiver Wirkwiderstand	Ω
ω	Winkelgeschwindigkeit	$1/s$
L	Induktivität	$H = Vs/A$
δ	Verlustwinkel	

Induktiver Blindwiderstand

$$X_L = \omega \cdot L$$

X_L	Induktiver Blindwiderstand	Ω
ω	Winkelgeschwindigkeit	$1/s$
L	Induktivität	$H = Vs/A$

3.4 Nichtlineare Widerstände

Varistoren (spannungsabhängige Widerstände)

Spannung

$$U = C \cdot I^\beta$$

U	Spannung	V
I	Stromstärke	A
β	Regel-/ Nichtlinearitätsfaktor	
C	Formkonstante	

Stromstärke

$$I = k \cdot U^\alpha$$

I	Stromstärke	A
U	Spannung	V
k	Formkonstante	
α	Regel-/ Nichtlinearitätsfaktor	

Gleichstromwiderstand

$$R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{C \cdot I^\beta}{I}$$

$$R = C \cdot I^{\beta-1}$$

R	Widerstand	Ω
I	Stromstärke	A
U	Spannung	V
β	Regel-/ Nichtlinearitätsfaktor	
C	Formkonstante	

Differenzieller Widerstand

$$r_D = \frac{dU}{dI}$$

$$r_D = \frac{d(C \cdot I^\beta)}{dI}$$

$$r_D = \beta \cdot C \cdot I^{\beta-1}$$

$$r_D = \beta \cdot R$$

r_D	Differenzieller Widerstand	Ω
I	Stromstärke	A
U	Spannung	V
β	Regel-/ Nichtlinearitätsfaktor	
C	Formkonstante	

Linearisierung

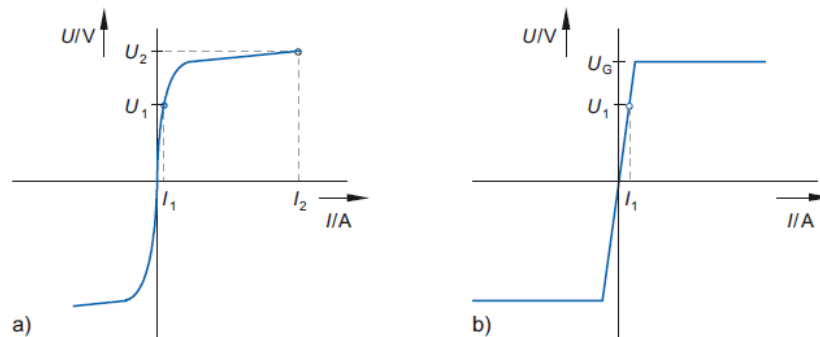
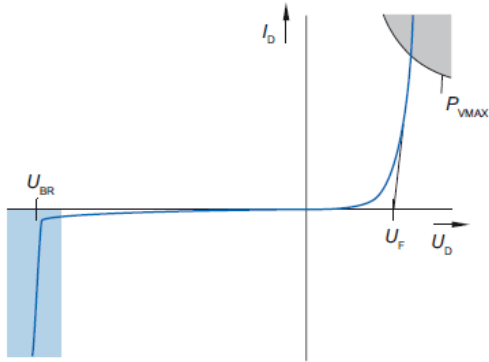


Abb. 2.3: U-I-Kennlinie der Spule a) real, b) stückweise linearisiert

3.5 Gleichrichterdiode

Strom-Spannungs-Charakteristik



Flussspannung U_F

Silizium	0,7 V
Germanium	0,3 V
Schottky	0,3 V
Leuchtdiode	>1 V
Leistungsdioden	>1 V

Diodenstrom

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right)$$

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D e_0}{kT}} - 1 \right)$$

I_D	Diodenstrom	A
I_S	Sperrstrom	A
U_D	Diodenspannung	V
U_T	Thermospannung	V
k	Bolzmann-Konstante	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Ws} / \text{K}$
T	Temperatur	K
e_0	Elementarladung	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$

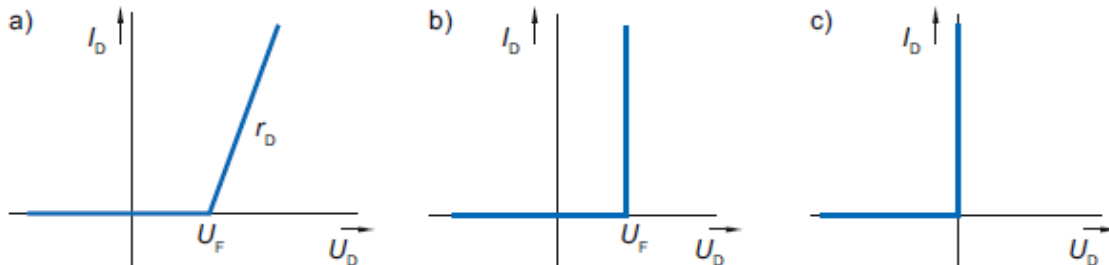
Thermospannung

$$U_T = \frac{kT}{e_0}$$

$$U_{300K} \approx 26mV$$

U_T	Thermospannung	V
k	Bolzmann-Konstante	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Ws} / \text{K}$
T	Temperatur	K
e_0	Elementarladung	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$

Näherungen Strom-Spannungs-Charakteristik



Näherung a)	$I_S = 0$
Näherung b)	$r_D = 0$
Näherung c)	$U_F = 0$

3.6 Temperaturabhängigkeit Strom-Spannungs-Charakteristik

Diodenstrom

$$I_D(T) = I_S(T) \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T(T)}} - 1 \right)$$

$$I_D(T) = I_S(T) \cdot \left(e^{\frac{e_0 U_D}{kT}} - 1 \right)$$

$$I_D(T) = I_S(T_0) \cdot e^{\lambda(T-T_0)} \cdot \left(e^{\frac{e_0 U_D}{kT}} - 1 \right)$$

I_D	Diodenstrom	A
I_S	Sperrstrom	A
U_D	Diodenspannung	V
U_T	Thermospannung	V
k	Boltzmann-Konstante	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ W}_S / \text{K}$
T	Temperatur	K
e_0	Elementarladung	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$
λ	Temperaturbeiwert	1/K

Sperrstrom

$$I_S(T) = I_S(T_0) \cdot e^{\lambda(T-T_0)}$$

I_S	Sperrstrom	A
λ	Temperaturbeiwert	1/K
T	Temperatur	K

Differenz Diodenstrom

$$\Delta I_D(T) = I_D(T_0) \cdot \left(\frac{\exp\left(\frac{T_0 U_D}{T U_T(T_0)} - 1\right)}{\exp\left(\frac{U_D}{U_T(T_0)} - 1\right)} e^{\lambda(T-T_0)} - 1 \right)$$

$$\Delta I_D(T) = I_D(T) - I_D(T_0)$$

I_D	Diodenstrom	A
I_S	Sperrstrom	A
U_D	Diodenspannung	V
U_T	Thermospannung	V
k	Boltzmann-Konstante	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ W}_S / \text{K}$
T	Temperatur	K
e_0	Elementarladung	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$
λ	Temperaturbeiwert	1/K

Differenz Diodenspannung

$$\Delta U_D = U_D(T) - U_D(T_0)$$

$$\Delta U_D = \left(\frac{U_D(T_0)}{T_0} - \lambda U_T(T_0) \frac{T}{T_0} \right) (T - T_0)$$

$$\Delta U_D = d_T \Delta T$$

U_D	Diodenspannung	V
U_T	Thermospannung	V
λ	Temperaturbeiwert	1/K
T	Temperatur	K
d_T	Temperaturdurchgriff	

Temperaturdurchgriff

$$d_T = \frac{U_D(T_0)}{T_0} - \lambda U_T(T_0) \frac{T}{T_0}$$

U_D	Diodenspannung	V
U_T	Thermospannung	V
λ	Temperaturbeiwert	1/K
T	Temperatur	K
d_T	Temperaturdurchgriff	

Vereinfachter Temperaturdurchgriff

$$d_T^* = -\lambda \frac{U_T(T_0)T}{T_0} = -\lambda U_T(T)$$

U_T	Thermospannung	V
λ	Temperaturbeiwert	1/K
T	Temperatur	K
d_T^*	Temperaturdurchgriff	

3.7 Statische Verlustleistungsberechnung

$I_D > 0$	I_D	Diodenstrom	A
$U_D = U_F + r_D I_D$	I_D	Diodenstrom	A
	U_D	Diodenspannung	V
	U_F	Flussspannung	V
	r_D	Differenzieller Widerstand	Ω

Diodenstrom

$$I_D = \frac{U_D - U_F}{r_D}$$

I_D	Diodenstrom	A
U_D	Diodenspannung	V
U_F	Flussspannung	V
r_D	Differenzieller Widerstand	Ω

Verlustleistung

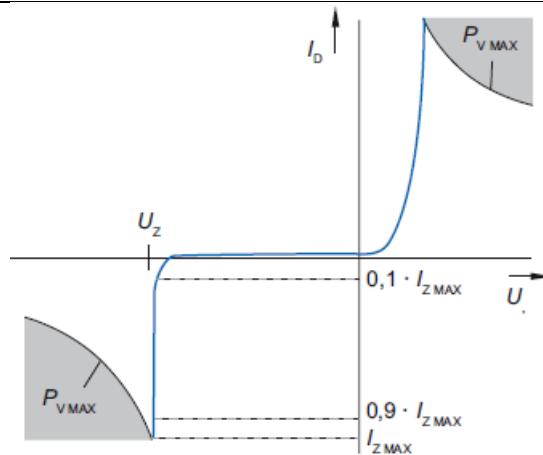
$$P_V = \frac{1}{T} \int_0^T u_D(t) i_D(t) dt$$

$$P_V = U_F \frac{1}{T} \int_0^T i_D(t) dt + r_D \frac{1}{T} \int_0^T i_D^2(t) dt$$

$$P_V = U_F \bar{I}_D + r_D I_{DEFF}^2$$

P_V	Verlustleistung	W
$u_D(t)$	Spannung	V
$i_D(t)$	Stromstärke	A
T	Endzeit	s
t	Zeit	s
U_F	Flussspannung	V
\bar{I}_D	Arithmetische Mittelwert - Stromstärke	A
r_D	Differenzieller Widerstand	Ω
I_{DEFF}	Effektivwert - Stromstärke	A

3.8 Z-Diode



$$I_{ZMIN} = 0,1 \cdot I_{ZMAX} \leq I_{ZA} \leq 0,9 \cdot I_{ZMAX} = 0,9 \cdot \frac{P_{VMAX}}{U_Z}$$

Temperaturkoeffizienten Diode

$$k_{\vartheta 12} = \frac{k_{\vartheta 1} U_{Z1} + k_{\vartheta 2} U_{Z2}}{U_{Z1} + U_{Z2}}$$

U_Z	Z-Spannung	V
k_{ϑ}	Temperaturkoeffizient	1/K

Temperaturabhängigkeit Diodenparameter

$$U_2 - U_1 = \frac{kT}{e_0} \ln\left(\frac{I_2}{I_S}\right) - \frac{kT}{e_0} \ln\left(\frac{I_1}{I_S}\right)$$

$$U_2 - U_1 = \frac{kT}{e_0} \ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

$$T = \frac{e_0}{k} \cdot \frac{U_2 - U_1}{\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right)}$$

U	Spannung	V
I	Stromstärke	A
k	Boltzmann-Konstante	1,38 $\cdot 10^{-23} \text{ Ws}$ /K
T	Temperatur	K
e_0	Elementarladung	1,602 $\cdot 10^{-19} \text{ As}$

$$\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U$$

\hat{U}	Amplitude Spannung	V
U	Spannung	V

Arithmetischer Mittelwert

$$\bar{U} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(t) dt$$

\bar{U}	Arithmetischer Mittelwert - Spannung	V
T	Endzeit	s
t	Zeit	s
u(t)	Spannung	V

Effektivwert

$$U_{EFF} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} u^2(t) dt}$$

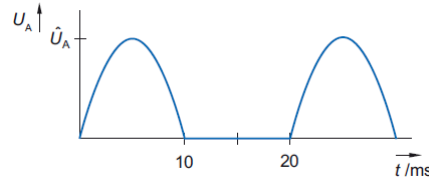
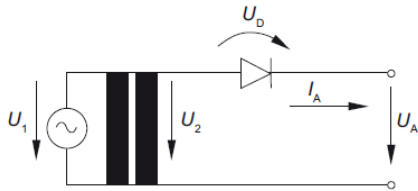
U_{EFF}	Effektivwert - Spannung	V
T	Endzeit	s
t	Zeit	s
u(t)	Spannung	V

Leistung

$$P = \sum_{i=1}^{\infty} U_{iEFF} \cdot I_{iEFF} \cdot \cos \varphi_i$$

P	Leistung	W
U	Spannung	V
I	Stromstärke	A
φ	Phasenwinkel	°

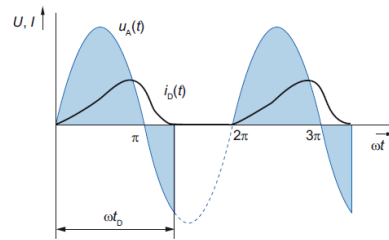
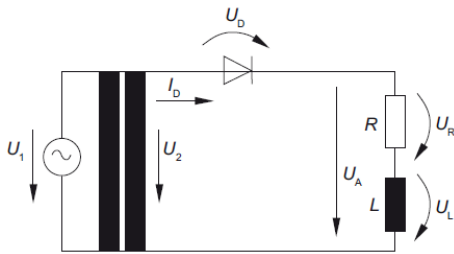
3.9 Einweggleichrichter



$$\bar{U}_A = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \hat{U}_2 \cdot \sin \omega t dt$$

\bar{U}	Arithmetischer Mittelwert - Spannung	V
\hat{U}	Amplitude Spannung	V
ω	Winkelgeschwindigkeit	1/s
T	Endzeit	s
t	Zeit	s

3.10 Einweggleichrichtung bei ohmsch-induktiver Last



$$0 = u_D + u_R + u_L - u_2$$

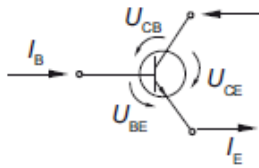
$$0 \leq t \leq t_D$$

$$u_2(t) = i_D(t)R + L \frac{di_D(t)}{dt}$$

$u(t)$	Spannung	V
$i(t)$	Stromstärke	A
t	Zeit	s
R	Widerstand	Ω
L	Induktivität	H $= Vs$ $/A$
ω	Winkelgeschwindigkeit	$1/s$
U_{EFF}	Effektivwert - Spannung	V

$$i_D(t) = \frac{\sqrt{2}U_{2EFF}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \left[\sin\left(\omega t - \arctan \frac{\omega L}{R}\right) + \sin\left(\arctan \frac{\omega L}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\right) \right]$$

3.11 Bipolartransistor



Emitterschaltung	Basisschaltung	Kollektorschaltung
Eingangsgrößen des Steuerkreises		
Basis-Emitter-Spannung U_{BE} Basisstrom I_B	Basis-Emitter-Spannung U_{BE} Emitterstrom I_E	Kollekt.-Basis-Spannung U_{CB} Basisstrom I_B
Ausgangsgrößen des Leistungskreises		
Kollektor-Emitter-Spannung U_{CE} Kollektorstrom I_C	Kollektor-Basis-Spannung U_{CB} Kollektorstrom I_C	Kollektor-Emitter-Spannung U_{CE} Emitterstrom I_E

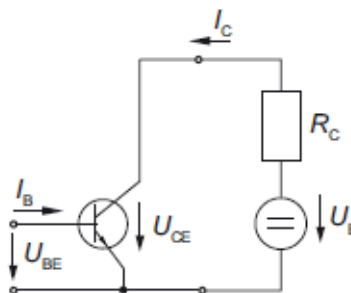
$I_E = I_C + I_B$	I_E	Emitterstrom	A
	I_C	Kollektorstrom	A
	I_B	Basisstrom	A
$U_{CE} = U_{CB} + U_{BE}$	U_{CE}	Kollektor-Emitter-Spannung	V
	U_{CB}	Kollektor-Basis-Spannung	V
	U_{BE}	Basis-Emitter-Spannung	V

Gleichstromverstärkung

$$B_N = \frac{I_C}{I_B}$$

B_N	Gleichstromverstärkung	
I_C	Kollektorstrom	A
I_B	Basisstrom	A

Ausgangskreis des Transistor

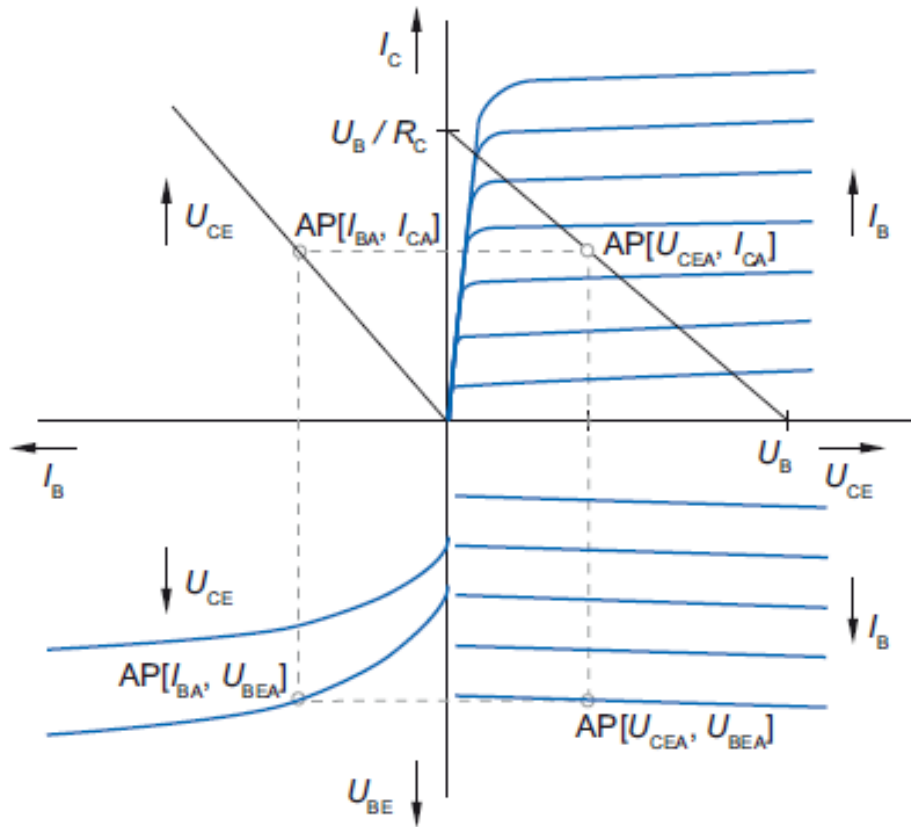


$$-U_C + U_B - U_{CE} = 0$$

$$R_C = \frac{U_B - U_{CEA}}{I_{CA}}$$

U_C	Kollektor-Spannung	V
U_B	Versorgungsspannung	V
U_{CE}	Kollektor-Emitter-Spannung	V
I_C	Kollektorstrom	A
R	Widerstand	Ω

3.12 (4)-Quadranten-Kennlinienfeld



- 1. Quadrant
- 2. Quadrant
- 3. Quadrant
- 4. Quadrant

Ausgangskennlinienfeld
 Gleichstromverhältnis/ Gleichstromverstärkung
 Eingangskennlinienfeld
 Gleichspannungsrückwirkung

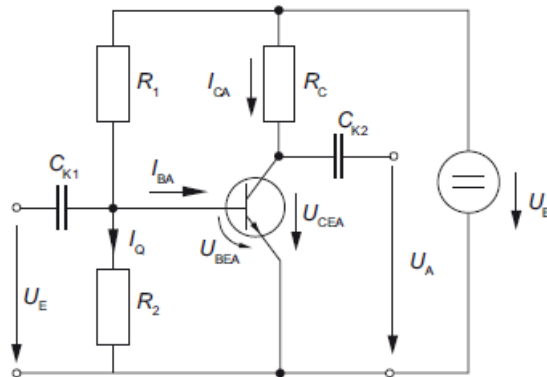
Wahl des Arbeitspunktes

$$U_{CEA} = \frac{U_B}{2}$$

$$I_{CA} = \frac{U_B}{2 R_C}$$

U_{CE}	Kollektor-Emitter-Spannung	V
U_B	Versorgungsspannung	V
I_C	Kollektorstrom	A
R	Widerstand	Ω

3.13 Emitter-Verstärkerschaltung



Querstrom

$$I_Q = 10 \cdot I_B$$

I_Q	Querstrom	A
I_B	Basisstrom	A

Widerstand 1

$$U_B - U_{BEA} - U_{R1} = 0$$

$$R_1 = \frac{U_B - U_{BEA}}{I_Q + I_B}$$

$$R_1 = \frac{U_B - U_{BEA}}{11 \cdot I_B}$$

U_B	Versorgungsspannung	V
U_{BE}	Basis-Emitter-Spannung	V
U	Spannung	V
I_Q	Querstrom	A
I_B	Basisstrom	A
R	Widerstand	Ω

Widerstand 2

$$U_{BEA} - U_{R2} = 0$$

$$R_2 = \frac{U_{BEA}}{I_Q}$$

$$R_2 = \frac{U_{BEA}}{10 \cdot I_B}$$

U_{BE}	Basis-Emitter-Spannung	V
U	Spannung	V
I_Q	Querstrom	A
I_B	Basisstrom	A
R	Widerstand	Ω

Kollektorwiderstand

$$R_C = \frac{U_B - U_{CEA}}{I_{CA}}$$

R_C	Kollektorwiderstand	Ω
U_B	Versorgungsspannung	V
U_{CE}	Kollektor-Emitter-Spannung	V
I_C	Kollektorstrom	A

Eingangsseitiger differentieller Ersatzwiderstand

$$r_E^* = R_1 // R_2 // r_{BE}$$

r^*	Differentieller Ersatzwiderstand	Ω
R	Widerstand	Ω
r_D	Differentieller Widerstand	Ω

Grenzfrequenz/ Eckfrequenz

$$f_g = \frac{\omega_g}{2\pi}$$

f	Frequenz	$1/s = Hz$
ω	Grenzkreisfrequenz	$1/s$
π	Pi	3,14159...

Grenzkreisfrequenz

$$\omega_g = 2 \cdot \pi \cdot f_g$$

$$\omega_g = \frac{1}{C_{K1} \cdot r_E^*}$$

f	Frequenz	$1/s = Hz$
ω	Grenzkreisfrequenz	$1/s$
π	Pi	3,14159...
C_K	Koppelkapazität	$F = As/V$
r^*		Ω

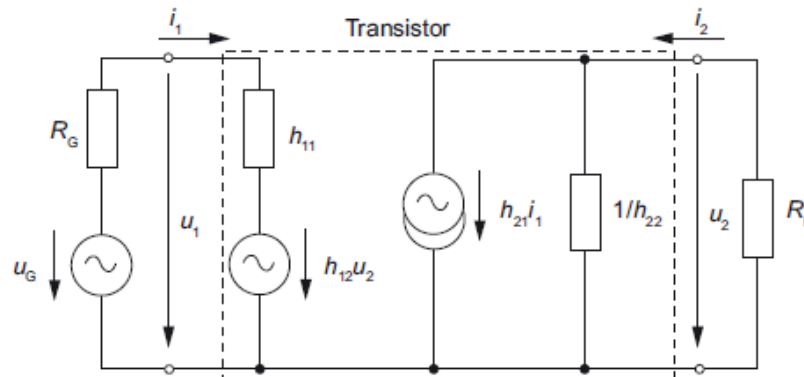
Koppelkapazität

$$C_K = \frac{1}{r_E^* \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_g}$$

f	Frequenz	$1/s = Hz$
π	Pi	3,14159...
C_K	Koppelkapazität	$F = As/V$
r^*	Differentieller Ersatzwiderstand	Ω

3.14h-Ersatzschaltbild

4-Ersatzschaltbild: Widerstand, Leitwert, Spannungs- & Stromquelle



$$u_1 = h_{11}i_1 + h_{12}u_2$$

$$i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}u_2$$

u	Spannung	V
i	Stromstärke	A
h_{11}	Kurzschluss-Einganswiderstand	Ω
h_{12}	Leerlauf-Spannungsrückwirkung	
h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S

Kurzschluss-Einganswiderstand

$$h_{11} = \frac{u_1}{i_1} = \left. \frac{dU_1}{dI_1} \right|_{AP}$$

bei $u_2 = 0$

h_{11}	Kurzschluss-Einganswiderstand	Ω
u	Spannung	V
i	Stromstärke	A

Leerlauf-Spannungsrückwirkung

$$h_{12} = \frac{u_1}{u_2} = \left. \frac{dU_1}{dU_2} \right|_{AP}$$

bei $i_1 = 0$

h_{12}	Leerlauf-Spannungsrückwirkung	
u	Spannung	V

Kurzschluss-Stromverstärkung

$$h_{21} = \frac{i_2}{i_1} = \left. \frac{dI_2}{dI_1} \right|_{AP}$$

bei $u_2 = 0$

h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
i	Stromstärke	A

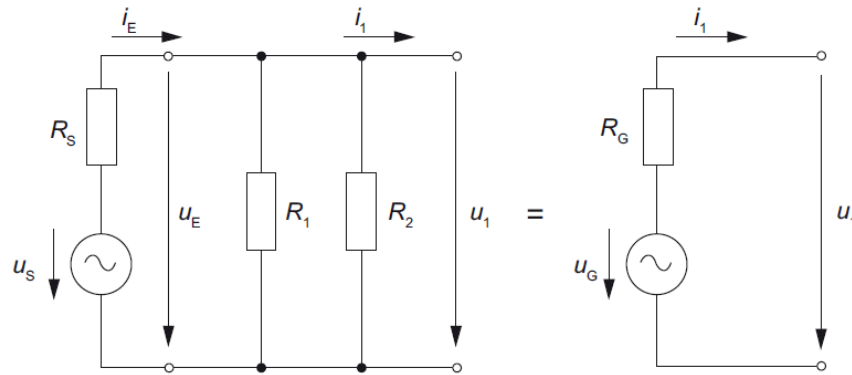
Leerlauf-Ausgangsleitwert

$$h_{22} = \frac{i_2}{u_2} = \left. \frac{dI_2}{dU_2} \right|_{AP}$$

bei $i_1 = 0$

h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S
u	Spannung	V
i	Stromstärke	A

Transistoreingang



Ersatzwiderstand

$$R_G = R_1 // R_2 // R_s$$

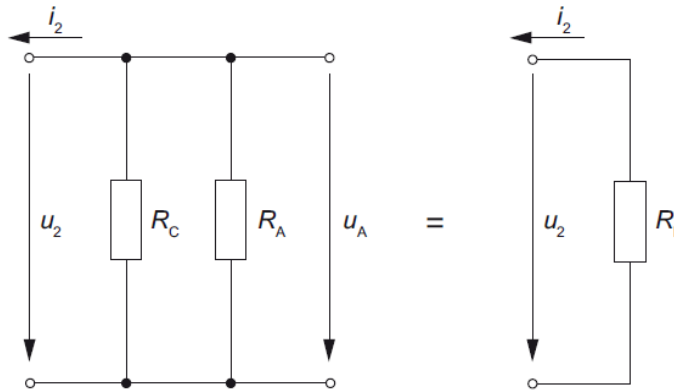
R_G	Ersatzwiderstand	Ω
R	Widerstand	Ω

Ersatzeingangsspannung

$$u_G = \frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_s} \cdot u_s$$

u_G	Ersatzeingangsspannung	V
R	Widerstand	Ω
u_s	Leerlaufspannung	V

Transistorausgang



Ersatzlastwiderstand

$$R_L = R_C // R_A$$

R_L	Ersatzlastwiderstand	Ω
R	Widerstand	Ω

Betriebliche Stromverstärkung

$$v_I = \frac{i_2}{i_1}$$

$$v_I = \frac{h_{21}}{1 + h_{22}R_L}$$

v_I	Betriebliche Stromverstärkung	
i	Stromstärke	A
h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S
R_L	Ersatzlastwiderstand	Ω

Betriebliche Spannungsverstärkung

$$v_U = \frac{u_2}{u_1}$$

$$v_U = -\frac{h_{21}R_L}{(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})R_L + h_{11}}$$

$$v_U = -\frac{h_{21}R_L}{\Delta h \cdot R_L + h_{11}}$$

v_U	Betriebliche Spannungsverstärkung	
u	Spannung	V
h_{11}	Kurzschluss-Einganswiderstand	Ω
h_{12}	Leerlauf-Spannungsrückwirkung	
h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S
R_L	Ersatzlastwiderstand	Ω

Betrieblicher Eingangswiderstand

$$r_E = \frac{u_1}{i_1}$$

$$r_E = \frac{(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})R_L + h_{11}}{1 + h_{22}R_L}$$

$$r_E = \frac{\Delta h \cdot R_L + h_{11}}{1 + h_{22}R_L}$$

r_E	Betrieblicher Eingangswiderstand	
u	Spannung	V
i	Stromstärke	A
h_{11}	Kurzschluss-Einganswiderstand	Ω
h_{12}	Leerlauf-Spannungsrückwirkung	
h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S
R_L	Ersatzlastwiderstand	Ω

Betrieblicher Ausgangswiderstand

$$r_A = \frac{u_2}{i_2}$$

$$r_A = \frac{h_{11} + R_G}{(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}) + h_{22}R_G}$$

$$r_A = \frac{h_{11} + R_G}{\Delta h + h_{22}R_G}$$

r_A	Betrieblicher Ausgangswiderstand	
u	Spannung	V
i	Stromstärke	A
h_{11}	Kurzschluss-Einganswiderstand	Ω
h_{12}	Leerlauf-Spannungsrückwirkung	
h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S
R_G	Ersatzwiderstand	Ω

Betriebliche Leistungsverstärkung/-anpassung

$$R_G = \frac{(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}) \cdot R_L + h_{11}}{1 + h_{22} \cdot R_L}$$

$$R_G = \frac{\Delta h \cdot R_L + h_{11}}{1 + h_{22} \cdot R_L}$$

$$R_L = \frac{h_{11} + R_G}{(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}) + h_{22}R_G}$$

$$R_L = \frac{h_{11} + R_G}{\Delta h + h_{22}R_G}$$

R_G	Ersatzwiderstand	Ω
R_L	Ersatzlastwiderstand	Ω
r_A	Betrieblicher Ausgangswiderstand	
r_E	Betrieblicher Eingangswiderstand	
h_{11}	Kurzschluss-Einganswiderstand	Ω
h_{12}	Leerlauf-Spannungsrückwirkung	
h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S

Maximale Leistung

$$R_G = r_E$$

$$R_L = r_A$$

Eingangsseitiger Ersatzabschlusswiderstand

$$R_G^* = \sqrt{\frac{h_{11}(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})}{h_{22}}}$$

$$R_G^* = \sqrt{\frac{h_{11}\Delta h}{h_{22}}}$$

R_G^*	Eingangsseitiger Ersatzabschlusswiderstand	Ω
h_{11}	Kurzschluss-Einganswiderstand	Ω
h_{12}	Leerlauf-Spannungsrückwirkung	
h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S

Ausgangsseitiger Ersatzabschlusswiderstand

$$R_L^* = \sqrt{\frac{h_{11}}{h_{22}(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})}}$$

$$R_L^* = \sqrt{\frac{h_{11}}{h_{22}\Delta h}}$$

R_L^*	Ausgangsseitiger Ersatzabschlusswiderstand	Ω
h_{11}	Kurzschluss-Einganswiderstand	Ω
h_{12}	Leerlauf-Spannungsrückwirkung	
h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S

Optimale Leistungsverstärkung

$$v_P^* = \frac{h_{21}^2}{(\sqrt{(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})} + \sqrt{h_{11} \cdot h_{22}})^2}$$

$$v_P^* = \frac{h_{21}^2}{(\sqrt{\Delta h} + \sqrt{h_{11} \cdot h_{22}})^2}$$

v_P^*	Optimales Leistungsverstärkung	
h_{11}	Kurzschluss-Einganswiderstand	Ω
h_{12}	Leerlauf-Spannungsrückwirkung	
h_{21}	Kurzschluss-Stromverstärkung	
h_{22}	Leerlauf-Ausgangsleitwert	S

3.15 MOS-Feldeffekttransistor

MOS-Feldeffekttransistoren			
selbstleitend (Verarmungstyp)		selbstsperrend (Anreicherungstyp)	
P-Kanal-Typ	N-Kanal-Typ	P-Kanal-Typ	N-Kanal-Typ

Drainstrom

$$I_{DSP} = I_{DSS} \left(\frac{U_{DSP}}{U_{DSS}} \right)^2$$

I_{DSP}	Drain-Source-Stromstärke	A
I_{DSS}	Drain-Source-Kurzschlussstrom	A
U_{DSP}	Drain-Source-Spannung	V
U_{DSS}	Drain-Source-Leerlaufspannung	V

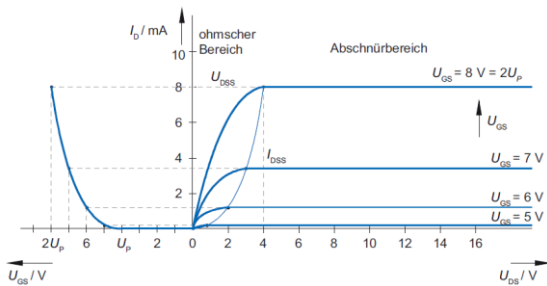
Drain-Source-Spannung

$$U_{DSP} = U_{GS} - U_P$$

U_{DSP}	Drain-Source-Spannung	V
U_{GS}	Gate-Source-Spannung	V
U_P	Pinch-off-Spannung/ Schwellenspannung	V

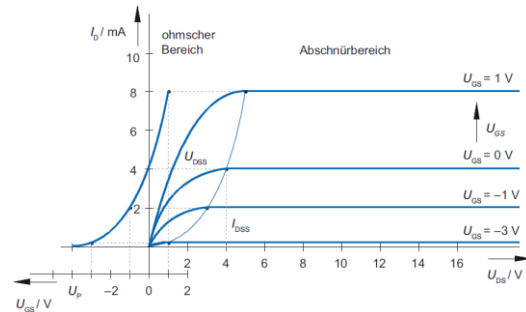
Selbstsperrend NMOS

Positive U_{GS} -> leitend

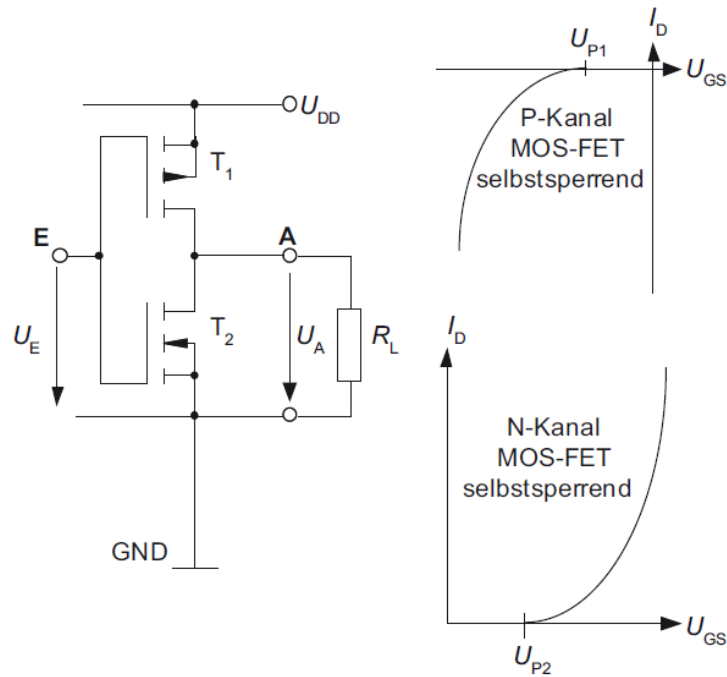


Selbstleitend NMOS

Negative U_{GS} -> sperrend



3.16 CMOS-Inverter



Unterschwellenstrom

$$I_{D_Unterschw.} = I_{DS0} \cdot e^{\frac{U_{GS}-U_P}{n \cdot U_T}}$$

$$I_{D_Unterschw.} = I_{DS0} \cdot e^{\frac{(U_{GS}-U_P) \cdot e_0}{n \cdot kT}}$$

$I_{D_Unterschw.}$	Unterschw. Strom / Leckstrom	A
I_{DS0}	Drainstrom	A
U_{GS}	Gate-Source- Spannung	V
U_P	Pinch-off-Spannung / Schwellenspannung	V
U_T	Thermospannung	U_T $\approx 26mV$ bei RT
n	Prozessabhängige Konstante	$n \approx 1,4 \dots 1,5$
k	Boltzmann-Konstante	$1,38$ $\cdot 10^{-23} Ws/K$
T	Temperatur	K
e_0	Elementarladung	$1,602$ $\cdot 10^{-19} As$

Statische Verlustleistung

$$P_{stat} = I_{D_Unterschwel\text{lenstrom}} \cdot U_{DD}$$

$$P_{stat} = I_{DS0} \cdot e^{\frac{U_{GS}-U_P}{n \cdot U_T}} \cdot U_{DD}$$

$$P_{stat} = I_{DS0} \cdot e^{\frac{(U_{GS}-U_P) \cdot e_0}{n \cdot kT}} \cdot U_{DD}$$

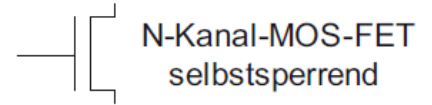
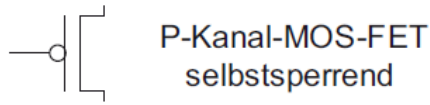
P_{stat}	Statische Verlustleistung	W
U_{DD}	Versorgungsspannung	V
$I_{D_Unterschw.}$	Unterschwel\text{lenstrom}/ Leckstrom	A
I_{DS0}	Drainstrom	A
U_{GS}	Gate-Source- Spannung	V
U_P	Pinch-off-Spannung/ Schwellenspannung	V
U_T	Thermospannung	U_T $\approx 26mV$ bei RT
n	Prozessabhängige Konstante	$n \approx 1,4 \dots 1,5$
k	Boltzmann-Konstante	$1,38$ $\cdot 10^{-23} \text{Ws/K}$
T	Temperatur	K
e_0	Elementarladung	$1,602$ $\cdot 10^{-19} \text{As}$

Dynamische Verlustleistung

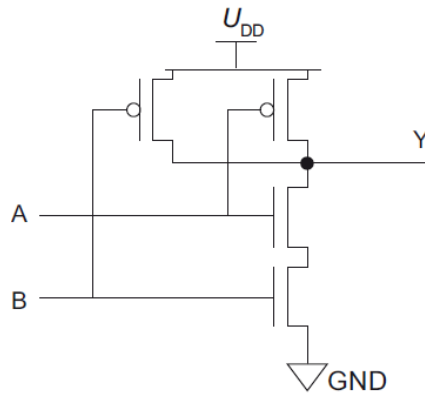
$$P_{dyn} = \alpha \cdot f \cdot C_L \cdot U_{DD}^2$$

P_{dyn}	Dynamische Verlustleistung	W
α	Aktivitätsfaktor Gatterausgang	$0 < \alpha \leq 0,5$
f	Taktfrequenz	$1/s=Hz$
$\alpha \cdot f$	Häufigkeit der Schaltvorgänge	$1/s=Hz$
C_L	Lastkapazität	$F = As/V$
U_{DD}	Versorgungsspannung	V

3.17 CMOS-Logik

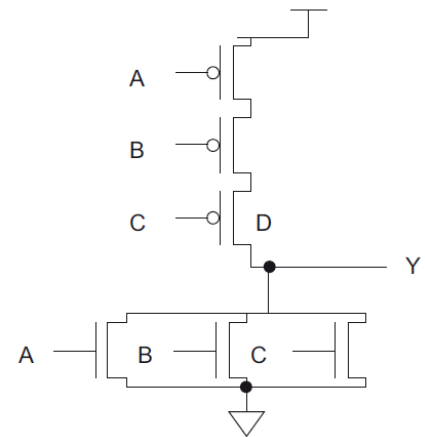


NAND-Gatter



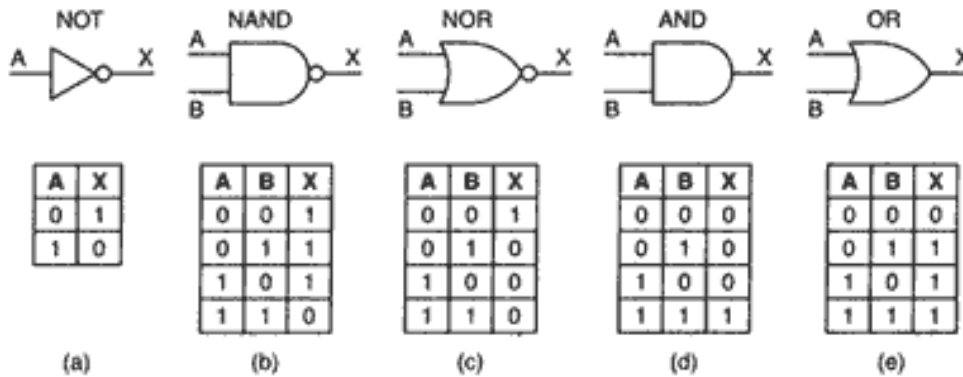
$$Y = \overline{A \cdot B}$$

NOR-Gatter



$$Y = \overline{A + B}$$

Logikschaltungen



Rechenzeit n-bit-Carry-Ripple-Addierer

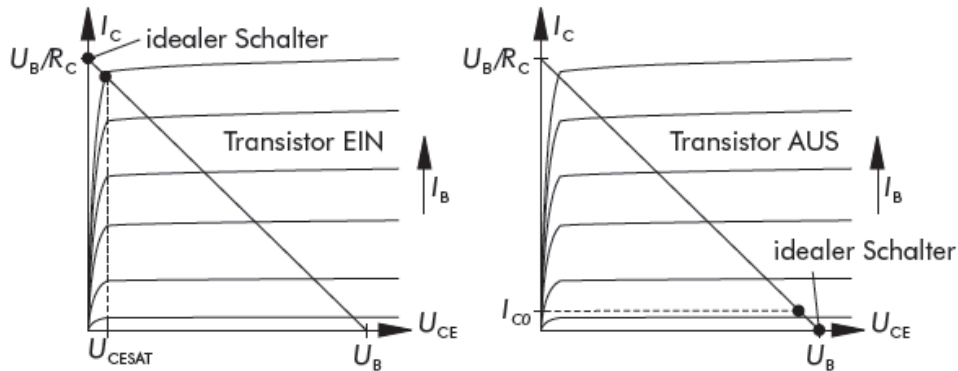
$$t_{CRA} = (n - 1) \cdot t_c + t_s$$

t_{CRA}	Rechenzeit Carry-Ripple-Addierer	s
n	Anzahl Bit	
t_c	Rechenzeit Übertragungsbit	s
t_s	Rechenzeit Summenbit	s

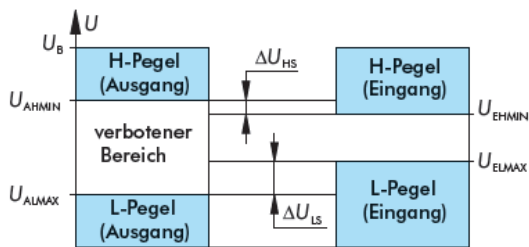
4 EUE05 - Digitale Schaltungen

Durchgesteuert

Gesperrt



Störspielräume Low-/High-Bereich



H-Pegel	Durchlasszustand	Schaltet nach Masse
L-Pegel	Sperrzustand	blockiert

$$\Delta U_{LS} = U_{ELMAX} - U_{ALMAX} > 0$$

$$\Delta U_{HS} = U_{AHMIN} - U_{EHMIN} > 0$$

U_{EL}	Eingang Low-Pegel	V
U_{AL}	Ausgang Low-Pegel	V
U_{EH}	Eingang High-Pegel	V
U_{AH}	Ausgang High-Pegel	V

Einganglastfaktor (FAN-IN)

$$n_E = \frac{I_E}{I_{ES}} \approx 1$$

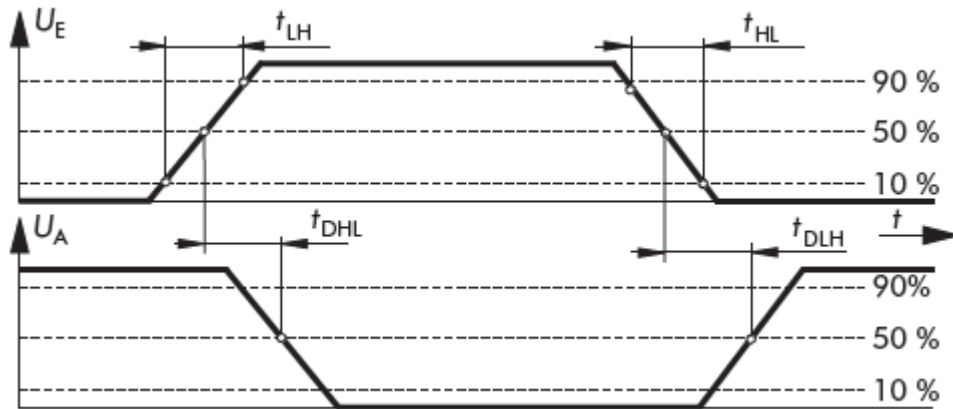
n_E	Einganglastfaktor (FAN-IN)	
I_E	Eingangsstrom	A
I_{ES}	Standardeingangsstrom	A

Ausganglastfaktor (FAN-OUT)

$$n_A = \frac{I_A}{I_{ES}}$$

n_A	Ausganglastfaktor (FAN OUT)	
I_A	Ausgangsstrom	A
I_{ES}	Standardeingangsstrom	A

Zeitverlauf Inverter



10% bzw. 90% des Endwertes zur Bemessung

Mittlere Laufzeit

$$t_D = \frac{1}{2} (t_{DLH} + t_{DHL})$$

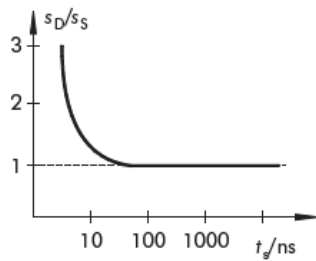
t_D	Mittlere Laufzeit	s
t_{DLH}	Schaltzeit Low nach High	s
t_{DHL}	Schaltzeit High nach Low	s

Geschwindigkeits-Leistungs-Produkt (Speed-Power-Produkt)

$$W = P_V \cdot t_D$$

W	Speed-Power-Produkt	$J = Ws$
P_V	Verlustleistung	W
t_D	Mittlere Laufzeit	s

Verlauf dynamischer Störabstand



Kurze Störungen	Hohe Amplituden
Lange Störungen	Kleine Amplituden

4.1 Halbleiterspeicher

Speicherorganisation

$$n_S = 2^{n_A}$$

$$n_b = n_S \times n_D$$

n_S	Anzahl Speicheradressen	
n_A	Anzahl Adressleitungen	
n_b	Anzahl Speicherbits je Baustein	
n_S	Anzahl Speicheradressen	
n_D	Anzahl Datenleitungen	

4.2 AD-/ DA-Umsetzer

Quantisierungseinheit

$$Q = \frac{U_E}{z}$$

$$Q = \frac{U_E}{2^n}$$

Q	Quantisierungseinheit	V
U_E	Analoge Eingangsgröße	V
z	Quantisierungsstufen/ Bitstellen	
n	Auflösung Wandler in Bit/ Bitanzahl	

Referenzspannung bei DA-Umsetzung

U_A	Spannungsabfall	V
U_{REF}	Referenzspannung	V
n	Auflösung Wandler in Bit/ Bitanzahl	
z	Quantisierungsstufen/ Bitstellen	

$$U_A = -\frac{1}{2}U_{REF}z_{n-1} - \frac{1}{4}U_{REF}z_{n-2} - \dots - \frac{1}{2^{n-i}}U_{REF}z_i - \dots - \frac{1}{2^{n-1}}U_{REF}z_1 - \frac{1}{2^n}U_{REF}z_0$$

Tastverhältnis (Zählverfahren)

$$TAST = \frac{z}{2^n}$$

$$TAST = \frac{z}{z_{MAX} + 1}$$

$TAST$	Tastverhältnis	
z	Quantisierungsstufen/ Bitstellen	
n	Auflösung Wandler in Bit/ Bitanzahl	

Impulsfolge (Zählverfahren)

$$\bar{U}_A = TAST \cdot U_{REF}$$

$$\bar{U}_A = z \cdot Q$$

\bar{U}_A	Mittelwert Impulsfolge	V
$TAST$	Tastverhältnis	
U_{REF}	Referenzspannung	V
z	Quantisierungsstufen/ Bitstellen	
Q	Quantisierungseinheit	V

5 Anhang

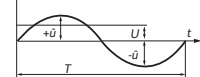
INHALT	SEITE
Wechselstrom (AC=Alternating Current)	
Effektiv- & Scheitelwert	1
Frequenz und Periodendauer	1
Kapazitiver Blindwiderstand	1
Widerstandsdreieck einer Spule	1
Wechselstromleistung	1
Induktiver Blindwiderstand	2
Drehstrom	
Sternschaltung	2
Dreieckschaltung	2
Drehstromleistung symmetrische Belastung	2
Konstruktion Neutralleiterstrom	3
Verbraucher	
Drehstrommotoren	3
Drehstrommotoren, Drehfelddrehzahl und Schlupf	3
Transformator	3
Kompensation	4
Beleuchtungstechnik	4
Planung für Neuanlagen	4
Grundlagen und Gleichstrom (DC=Direct Current)	
Ohmsches Gesetz	5
Stromdichte	5
Widerstand eines Leiters	5
Temperatureinfluss auf den Widerstand	5
Leistung bei Änderung der Spannung bzw. der Stromstärke	5
Spannungsanfall an Leitungen	6
Schaltungen von Widerständen (Parallel-/ Serienschaltung)	6
Belastete Spannungsquelle	6
Schaltungen von Kondensatoren (Parallel-/ Serienschaltung)	7
Elektrische Arbeit	7
Leistungsmessung mit Hilfe eines Zählers	7
Energiekosten	7
Wirkungsgrad	7
Elektrowärme	7

Wechselstrom (AC=Alternating Current)

Effektiv- und Scheitelwert

$$\hat{i} = \sqrt{2} \cdot I \quad I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \quad \hat{u} = \sqrt{2} \cdot U \quad U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

Frequenz und Periodendauer



$$f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

I	Effektivwert der Stromstärke	A
\hat{i}	Scheitelwert der Stromstärke	A
U	Effektivwert der Spannung	V
\hat{u}	Scheitelwert der Spannung	V
$\sqrt{2}$	Scheitelfaktor 1,414	
f	Frequenz	Hz
T	Periodendauer	s
ω	Kreisfrequenz	1/s

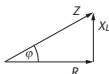
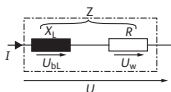
Kapazitiver Blindwiderstand



$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{U_{bc}}{I} \quad C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C}$$

X_C	kapazitiver Blindwiderstand	Ω
f	Frequenz	Hz
C	Kapazität	F
U_{bc}	kapazitive Blindspannung	V
I	Stromstärke	A

Widerstandsdreieck einer Spule



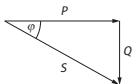
$$Z = \frac{U}{I} \quad R = \frac{U_w}{I} \quad X_L = \frac{U_{bl}}{I}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} \quad X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad R = Z \cdot \cos \varphi \quad Z = \frac{R}{\cos \varphi}$$

X_L	induktiver Blindwiderstand	Ω
R	Wirkwiderstand	Ω
Z	Scheinwiderstand	Ω
U_{bl}	induktive Blindspannung	V
U_w	Wirkspannung	V
U	Gesamtspannung	V
I	Stromstärke	A
φ	Phasenverschiebungswinkel	°

Wechselstromleistung



Leistungsfaktor

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Scheinleistung

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q}{\sin \varphi}$$

$$S = U \cdot I$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Blindleistungsfaktor

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S}$$

Wirkleistung

$$P = S \cdot \cos \varphi$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{S^2 - Q^2}$$

S	Scheinleistung	VA
P	Wirkleistung	W
Q	Blindleistung	var
$\cos \varphi$	Leistungsfaktor	...
$\sin \varphi$	Blindleistungsfaktor	...
I	Stromstärke	A
U	Spannung	V

Blindleistung

$$Q = S \cdot \sin \varphi$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

Induktiver Blindwiderstand



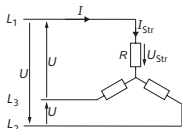
$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \frac{U_{bl}}{I}$$

$$L = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

X_L	induktiver Blindwiderstand	Ω
f	Frequenz	Hz
L	Induktivität	H
U_{bl}	induktive Blindspannung	V
I	Stromstärke	A

Drehstrom

Sternschaltung



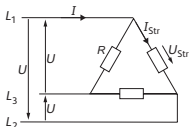
$$U_{Str} = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

$$U = \sqrt{3} \cdot U_{Str}$$

$$I = I_{Str}$$

I	Leiterstrom	A
I_{Str}	Strangstrom	A
U	Leiterspannung (= Netzspannung)	V
U_{Str}	Strangspannung	V
R	Strangwiderstand	Ω
$\sqrt{3}$	Verkettungsfaktor 1,73	

Dreieckschaltung



$$I = \sqrt{3} \cdot I_{Str}$$

$$I_{Str} = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

$$U = U_{Str}$$

$$R = \frac{U_{Str}}{I_{Str}}$$

$$I_{Str} = \frac{U_{Str}}{R}$$

$$I_{Str} = \frac{U_{Str}}{R}$$

Drehstromleistung symmetrische Belastung

Scheinleistung

$$S = \sqrt{3} \cdot I \cdot U = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q}{\sin \varphi}$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U} \quad U = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot I} \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Wirkleistung

$$P = S \cdot \cos \varphi = \sqrt{S^2 - Q^2} \quad P = \sqrt{3} \cdot I \cdot U \cdot \cos \varphi$$

Blindleistung

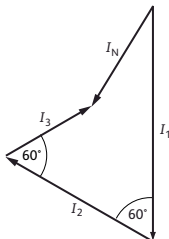
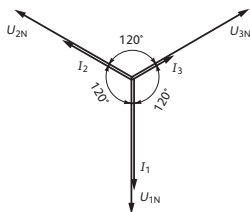
$$Q = S \cdot \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} \quad Q = \sqrt{3} \cdot I \cdot U \cdot \sin \varphi$$

Wirkleistung von ohmschen Verbrauchern

$$P_Y = \frac{U^2}{R} \quad P_{\Delta} = 3 \cdot \frac{U^2}{R} \quad P_{\Delta} = 3 \cdot P_Y$$

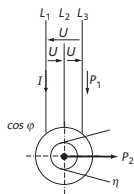
S	Scheinleistung	VA
P	Wirkleistung	W
P_{Δ}	Wirkleistung bei Dreieckschaltung	W
P_Y	Wirkleistung bei Sternschaltung	W
Q	Blindleistung	var
$\cos \varphi$	Leistungsfaktor	...
$\sin \varphi$	Blindleistungsfaktor	...
I	Leiterstrom	A
U	Leiterspannung	V
R	Strangwiderstand	Ω
$\sqrt{3}$	Verkettungsfaktor 1,73	

Konstruktion Neutralleiterstrom (unsymmetrisch ohmsch belastet)



Verbraucher

Drehstrommotoren



$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot I \cdot U \cdot \cos \varphi$$

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot I \cdot U \cdot \cos \varphi \cdot \eta$$

$$I = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi \cdot \eta}$$

η	Wirkungsgrad	...
P_1	aufgenommene Leistung	W
P_2	abgegebene Leistung (Nennleistung)	W
$\cos \varphi$	Leistungsfaktor	...
I	Leiterstrom	A
U	Leiterspannung	V
$\sqrt{3}$	Verkettungsfaktor 1,73	

Drehstrommotoren, Drehfeldzahl und Schlupf

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p}$$

$$p = \frac{60 \cdot f}{n_s}$$

$$f = \frac{p \cdot n_s}{60}$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100\%$$

$$n = n_s \left(1 - \frac{s}{100\%} \right)$$

f	Frequenz	Hz
n	asynchrone Drehzahl (Läuferdrehzahl)	1/min
n_s	synchrone Drehzahl (Drehfeldzahl)	1/min
p	Polpaarzahl	...
s	Schlupf	%

Transformator (verlustlos)



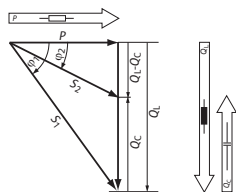
$$\dot{u} = \frac{U_1}{U_2}$$

$$\dot{u} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

\dot{u}	Übersetzungsverhältnis	...
U_1	Eingangsspannung	V
U_2	Ausgangsspannung	V
I_1	Primärstrom	A
I_2	Sekundärstrom	A
N_1	Primärwindungszahl	...
N_2	Sekundärwindungszahl	...

Kompensation (Leistungsfaktorverbesserung)



Q_C	kapazitive Blindleistung	var
Q_L	induktive Blindleistung	var
P	Wirkleistung	W
S_1	Scheinleistung unkompensiert	VA
S_2	Scheinleistung kompensiert	VA
$\cos \varphi_1$	Leistungsfaktor unkompensiert	...
$\cos \varphi_2$	Leistungsfaktor kompensiert	...
C	Kompensations-Kondensator	F
U	Spannung	V
f	Frequenz	Hz

$$\cos \varphi \rightarrow \varphi \rightarrow \tan \varphi$$

$$Q_C = P \cdot (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

$$C = \frac{Q_C}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2}$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{Q_L}{P}$$

$$\tan \varphi_2 = \frac{Q_L - Q_C}{P}$$

Beleuchtungstechnik

$$\Phi_N = E_m \cdot A \quad E_m = \frac{\Phi_N}{A}$$

$$\Phi_N = n \cdot \Phi_L \cdot \eta_B$$

Planung für Neuanlagen

$$n = \frac{E_m \cdot A \cdot p_v}{\Phi_L \cdot \eta_B} \quad E_m = \frac{n \cdot \Phi_L \cdot \eta_B}{A \cdot p_v}$$

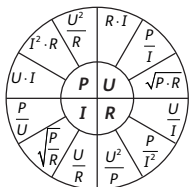
$$\eta_v = \frac{\Phi_L}{P}$$

$$\eta_B = \eta_R \cdot \eta_{Lo}$$

$$W_F = \frac{1}{p_v}$$

Φ_N	Nutzlichtstrom	lm
E_m	mittlere Beleuchtungsstärke	lx
A	Fläche	m ²
n	Anzahl Lampen	...
Φ_L	Lichtstrom einer Lampe	lm
η_B	Beleuchtungswirkungsgrad	...
p_v	Planungsfaktor	...
η_v	Lichtausbeute	lm/W
P	Leistung einer Lampe	W
η_R	Raumwirkungsgrad	...
η_{Lo}	Leuchten-Betriebswirkungsgrad	...
W_F	Wartungsfaktor	...

Grundlagen und Gleichstrom (DC=Direct Current)



P	Leistung	W
U	Spannung	V
I	Stromstärke	A
R	Widerstand	Ω

Ohmsches Gesetz

$$U = R \cdot I$$

$$R = \frac{U}{I}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

U	Spannung	V
R	Widerstand	Ω
I	Stromstärke	A

Stromdichte

$$J = \frac{I}{A} \quad A = \frac{I}{J} \quad I = A \cdot J \quad A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

J	Stromdichte	A/mm²
I	Stromstärke	A
A	Leiterquerschnitt	mm²
d	Leiterdurchmesser	mm

Widerstand eines Leiters

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

$$l = \frac{R \cdot A}{\rho}$$

$$A = \frac{\rho \cdot l}{R}$$

Widerstand einer Leitung:

Leitungslänge mal 2 (Hin- und Rückleiter)

R	Leiterwiderstand	Ω
ρ	spez. Widerstand ($\rho_{Cu} = 0,0178 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ bei 20°C)	Ω mm²/m
l	Leiterlänge	m
A	Leiterquerschnitt	mm²

Temperatureinfluss auf den Widerstand

$$R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

$$R_1 = \frac{R_2}{(1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)}$$

$$\Delta R = R_2 - R_1$$

$$\Delta R = R_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$\Delta \vartheta = \frac{\Delta R}{\alpha \cdot R_1}$$

$$\alpha = \frac{\Delta R}{\Delta \vartheta \cdot R_1}$$

R₁	Anfangswiderstand bei ϑ_1	Ω
R₂	Endwiderstand	Ω
ΔR	Widerstandsänderung	Ω
α	Temperaturkoeffizient ($\alpha_{Cu} = 0,004 \text{ 1/K}$ bei ϑ_1)	1/K
Δϑ	Temperaturänderung	K
ϑ₁	Anfangstemperatur (Referenztemp. für ϑ_1 : 20°C)	°C
ϑ₂	Endtemperatur	°C

Leistung bei Änderung der Spannung bzw. der Stromstärke

$$P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 = P_1 \cdot \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$$

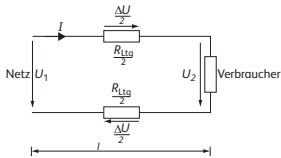
$$P_1 = P_2 \cdot \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2$$

$$I_2 = I_1 \cdot \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}$$

$$U_2 = U_1 \cdot \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}$$

P₁	Leistung vor der Änderung	W
P₂	Leistung nach der Änderung	W
U₁	Spannung vor der Änderung	V
U₂	Spannung nach der Änderung	V
I₁	Stromstärke vor der Änderung	A
I₂	Stromstärke nach der Änderung	A

Spannungsfall an Leitungen



$$\Delta U = U_1 - U_2 \quad \Delta U = R_{Ltg} \cdot I \quad R_{Ltg} = \frac{\Delta U}{I}$$

$$R_{Ltg} = \frac{\rho \cdot 2 \cdot l}{A} \quad A = \frac{\rho \cdot 2 \cdot l}{R_{Ltg}} \quad I = \frac{R_{Ltg} \cdot A}{\rho \cdot 2}$$

ΔU	Spannungsfall	V
U_1	Netzspannung	V
U_2	Verbraucherspannung	V
R_{Ltg}	Leitungswiderstand	Ω
I	Leiterstrom	A
ρ	spez. Widerstand	$\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$
	($\rho_{cu} = 0,0178 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ bei 20°C)	
l	Leitungslänge	m
A	Leiterquerschnitt	mm^2

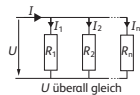
Schaltungen von Widerständen

Parallelschaltung

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad R_1 = \frac{R_2 \cdot R}{R_2 - R}$$

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \quad R_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} - \dots - \frac{1}{R_n}}$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

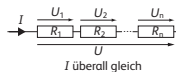


U überall gleich

R	Gesamtwiderstand	Ω
$R_1, R_2 \dots R_n$	Einzelwiderstände	Ω
U	Gesamtspannung	V
$U_1, U_2 \dots U_n$	Teilspannungen	V
I	Gesamtstrom	A
$I_1, I_2 \dots I_n$	Teilströme	A

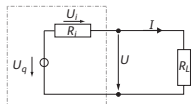
Serienschaltung

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$



I überall gleich

Belastete Spannungsquelle

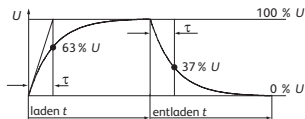


$$U = U_q - U_i = U_q - I \cdot R_i \quad R_i = \frac{U_i}{I} = \frac{U_q - U}{I}$$

U	Klemmenspannung	V
U_q	Quellenspannung (Leerlaufspannung)	V
I	Laststrom	A
R_i	Innenwiderstand	Ω
U_i	innerer Spannungsfall	V
I_k	Kurzschlussstrom	A

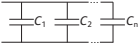

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_L} \quad I_k = \frac{U_q}{R_i}$$

Laden und Entladen eines Kondensators



τ	Zeitkonstante	s
C	Kapazität	F
R	Widerstand	Ω
t	Lade- und Entladedauer	s

$$\tau = R \cdot C \quad R = \frac{\tau}{C} \quad C = \frac{\tau}{R} \quad t \approx 5 \cdot \tau \quad \tau \approx \frac{t}{5}$$

<p>Schaltungen von Kondensatoren</p> <p>Parallelschaltung</p>  $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ <p>Serienschaltung</p>  $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ $C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$	<p>C Gesamtkapazität $C_1, C_2 \dots C_n$ Einzelkapazitäten</p>	<p>F F</p>
<p>Elektrische Arbeit (Wirkenergie)</p> $W = P \cdot t$ $P = \frac{W}{t}$ $t = \frac{W}{P}$	<p>W elektrische Arbeit, Energie P Leistung t Zeit</p>	<p>Ws W s</p>
<p>Leistungsmessung mit Hilfe eines Zählers</p> $P = \frac{3600 \cdot n}{C_z \cdot t}$ $t = \frac{3600 \cdot n}{C_z \cdot P}$ $n = \frac{P \cdot C_z \cdot t}{3600}$	<p>P Leistung n Anzahl Ankerumdrehungen oder Impulse in der Zeit t C_z Zählerkonstante t Zeit</p>	<p>kW ... 1/kWh s</p>
<p>Energiekosten</p> $K = \frac{T \cdot W}{100} = \frac{T \cdot P \cdot t}{100}$	<p>K Energiekosten T Arbeitspreis (Tarif) W Energie P Leistung t Zeit</p>	<p>Fr. Rp/kWh kWh kW h</p>
<p>Wirkungsgrad</p> $\eta = \frac{P_2}{P_1}$ $P_1 = \frac{P_2}{\eta}$ $P_2 = P_1 \cdot \eta$ $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$ $P_V = P_1 - P_2$	<p>η Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis) ... $\eta_1, \eta_2 \dots \eta_n$ Einzelwirkungsgrade ... P₁ aufgenommene Leistung W P₂ abgegebene Leistung (Nennleistung) W P_V Verlustleistung W</p>	<p>... ... W W W</p>
<p>Mechanische Leistung</p> $P = \frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{t}$ $m = \frac{P \cdot t}{g \cdot \Delta h}$ $\Delta h = \frac{P \cdot t}{g \cdot m}$ $t = \frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{P}$	<p>m Masse kg g Erdbeschleunigung 9,81 m/s² Δh Höhendifferenz m t Zeit s P mechanische Leistung W</p>	<p>kg m s W</p>
<p>Elektrowärme</p> $P = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \vartheta}{t \cdot \zeta}$ $t = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \vartheta}{P \cdot \zeta}$ $m = \frac{t \cdot P \cdot \zeta}{c \cdot \Delta \vartheta}$ $\zeta = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \vartheta}{t \cdot P}$ $\Delta \vartheta = \frac{t \cdot P \cdot \zeta}{m \cdot c}$ $Q = m \cdot c \cdot \Delta \vartheta$	<p>P Leistung kW m Masse kg c Spezifische Wärmekapazität kJ/kgK $(c_{H_2O} = 4,19 \text{ kJ/kgK})$ Δϑ Temperaturdifferenz K t Zeit s ζ Wärmenutzungsgrad ... Q Wärmemenge kJ</p>	<p>kW kg kJ/kgK K s ... kJ</p>