



# Mathematik Cheat Sheet

## 1. Allgemeines

### 1.1. Zahlenmengen

- $\mathbb{N}$  = natürliche Zahlen =  $\{1, 2, 3, \dots\}$
- $\mathbb{Z}$  = ganze Zahlen =  $\{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- $\mathbb{Q}$  = rationale Zahlen, z.B.  $\frac{p}{q}$  ( $p, q \in \mathbb{Z}$ )
- $\mathbb{R}$  = reelle Zahlen, „alle Zahlen“, z.B.  $\pi$
- $\mathbb{C}$  = komplexe Zahlen =  $\{a + ib \mid i = \sqrt{-1}, a, b \in \mathbb{R}\}$

### 1.2. Binomische Formeln

1. Binomische Formel:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  2. Binomische Formel:  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  3. Binomische Formel:  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- Binomischer Lehrsatz:  $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n a^{n-k} b^k$

Den Binomischen Lehrsatz kannst du auch aus dem pascalschen Dreieck entnehmen.

### 1.3. Quadratische Gleichung

#### 1.3.1. p-q Formel

Grundlage ist ein Polynom:  $x^2 + px + q = 0$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

#### 1.3.2. Mitternachtsformel

Grundlage ist ein Polynom:  $ax^2 + bx + c = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

### 1.4. Potenzrechnung

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (1) \quad e^{lnx} = x \quad (5)$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad (2) \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (6)$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (3) \quad -a^{-1} = \frac{-1}{a} = \frac{a^{-1}}{-1} \quad (7)$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (4) \quad (a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n} \quad (8)$$

### 1.5. Wurzelrechnung

$$\sqrt[n]{a^m} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = (\sqrt[n]{a})^m \quad (9)$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a^{\frac{1}{n}}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n \cdot n}} = a^{\frac{1}{n^2}} = \sqrt[n^2]{a} \quad (10)$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right) \cdot \left(b^{\frac{1}{n}}\right) = (ab)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{ab} \quad (11)$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \text{ wenn } b \neq 0 \quad (12)$$

### 1.6. Bruchrechnung

Division	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	Multiplizieren mit dem Kehrwert
Multiplikation	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	
Kürzen	$\frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$	Nur Faktoren, keine Summanden!!

$$\text{Trick 17: } \frac{x-1}{x+4} = \frac{x+4-5}{x+4} = \frac{x+4}{x+4} - \frac{5}{x+4} = 1 - \frac{5}{x+4}$$

### 1.7. Sinus & Cosinus

Bogenmaß	Grad	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
0π	0°	0	1	0
$\frac{1}{6}\pi$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{1}{4}\pi$	45°	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1
$\frac{1}{3}\pi$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{1}{2}\pi$	90°	1	0	$\pm\infty$
$\frac{2}{3}\pi$	120°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
$\frac{3}{4}\pi$	135°	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1
$\frac{5}{6}\pi$	150°	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{1}{2}\pi$	180°	0	-1	0
$\frac{7}{6}\pi$	210°	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{5}{4}\pi$	225°	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1
$\frac{4}{3}\pi$	240°	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{3}{2}\pi$	270°	-1	0	$\pm\infty$
$\frac{5}{3}\pi$	300°	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
$\frac{7}{4}\pi$	315°	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1
$\frac{11}{6}\pi$	330°	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{2}\sqrt{2} \cong 0.70710678 \text{ und } \frac{1}{2}\sqrt{3} \cong 0.8660254$$

sowie  $\frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0.577350269$

## 2. Mengenlehre

### 2.1. Definition

Ist  $E$  eine Eigenschaft, die ein Element haben kann oder auch nicht, so beschreibt man die Menge der  $E$  erfüllenden Elemente durch:

$A = \{x \mid x \text{ hat Eigenschaft } E\}$

### 2.2. Teilmengen

Sind A und B Mengen, so heißt A Teilmenge oder auch Untermenge von B, wenn jedes Element von A auch Element von B ist.

#### Merke zu Teilmengen

1. Jede Menge A ist Teilmenge von sich selbst, das heißt  $A \subseteq A$
2. Jede Menge A hat die leere Menge als Teilmenge, das heißt:  $\emptyset \subseteq A$
3. Ist  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq C$ , so folgt  $A \subseteq C$
4. Aus  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$  folgt  $A = B$

### 2.3. Operationen

$A \subseteq B$	A ist Teilmenge von B
$A \cup B$	A vereinigt B $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$
$A \cap B$	A geschnitten B $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$
$A \setminus B$	A ohne B $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$
$\mathcal{P}(A)$	Potenzmenge A Potenzmenge der Menge A
$A \in B$	A Element von B A ist ein Element von B
$A \notin B$	A kein Element von B A ist nicht in B enthalten

### 2.4. Potenzmenge

Die Potenzmenge ist die Menge aller Teilmengen.

Es sei A eine Menge. Dann versteht man unter der Potenzmenge  $\mathcal{P}(A)$  der Menge A die Menge aller Teilmengen von A. Auch die Menge  $\emptyset$  hat eine Teilmenge es gilt:  $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$ .

Berechnet wird die Potenzmenge mit Hilfe von  $2^{|A|}$  (Zwei hoch Kardinalität von A)

### 2.5. Kardinalität

Beschreibt die Menge aller Elemente einer Menge.

Es sei A eine endliche Menge. Dann versteht man unter der Kardinalität oder auch Mächtigkeit von A die Anzahl der Elemente von A und schreibt dafür  $|A|$ , manchmal auch  $\#A$ . Hat A unendlich viele Elemente, so sagt man, A hat die Kardinalität unendlich, und schreibt  $|A| = \infty$

#### Beispiel

$$M = \{1, 2\}$$
$$\mathcal{P}(M) = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

Nicht jedoch  $\{2, 1\}$ ! Es gilt  $\{1, 2\} = \{2, 1\}$ .

### 2.6. Komplement

Das Komplement ist die Differenz zwischen gegebener Menge und Grundmenge.

### 2.7. Lösungsalgorithmus

#### Arbeitsablauf

1. \ entfernen
2. De Morges Gesetze anwenden
3. Assoziativ- und Distributiv- Gesetze im Wechsel mit dem Vereinfachen

### 2.8. Vereinfachen

$A \cup A = A$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$\overline{\overline{A}} = A$
$A \cap A = A$	$A \cup \overline{A} = G$	$\overline{\emptyset} = G$
$A \cup G = G$	$A \cap \overline{A} = \emptyset$	$\overline{G} = \emptyset$
$A \cap G = A$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	$\emptyset \neq \{\emptyset\}!!!$
$A \cup \emptyset = A$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$	

### 2.9. Regeln

Kommutativ	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
Assoziativ	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
Distributiv	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Adjunktiv	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
de Morganschen Regeln	$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
de Morganschen Gesetz	$A \setminus B = A \cap \overline{B}$

## 3. Aussagenlogik

### 3.1. Operationen

$A \wedge B$	A und B	Konjunktion
$A \vee B$	A oder B	Disjunktion
$A \leftrightarrow B$	A genau dann, wenn B	Äquivalenz oder Bijunktion
$A \rightarrow B$	wenn A dann B	Implikation oder Subjunktion

### 3.2. Regeln

Kommutativ	$A \wedge B = B \wedge A$ $A \vee B = B \vee A$ $A \leftrightarrow B = B \leftrightarrow A$
Assoziativ	$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$ $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$ $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C) = (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$
Distributiv	$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ $A \rightarrow (B \vee C) = (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$ $A \rightarrow (B \wedge C) = (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$ $(A \vee B) \rightarrow C = (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$ $(A \wedge B) \rightarrow C = (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)$
Adjunktiv (Absorbtion)	$A \wedge (A \vee B) = A$ $A \vee (A \wedge B) = A$
Klammerntausch	$A \rightarrow (B \rightarrow C) = (A \wedge B) \rightarrow C$
Kontraposition	$A \rightarrow B = \neg B \rightarrow \neg A$
de Morganschen Regeln	$\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$ $\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
Umwandeln	$A \wedge B = \neg (A \rightarrow \neg B)$ $A \vee B = \neg A \rightarrow B$ $A \rightarrow B = \neg A \vee B$ $A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$ $A \leftrightarrow B = (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
Vereinfachen	$A \wedge \neg A = \text{immer Falsch!}$ $A \vee \neg A = \text{immer Richtig!}$ $A \wedge \neg A \vee B \wedge A = B \wedge A$

### 3.3. Beispiel

Günter fragt Anna: "Liebst du Peter, oder ist es nicht so, dass du Peter oder mich liebst?", darauf Antwortet Anna "Nein".

Für die Aussage Anna liebt Peter setzen wir P und für Anna liebt Günther G. Die Frage lautet somit "Gilt P, oder gilt nicht  $P \wedge G$ ". Formal bedeutet das:

$$P \vee \neg (P \vee G) \quad (13)$$

Da Anna mit "Nein" Antwortet muss der ganze Block negiert werden.

$$\neg (P \vee \neg (P \vee G)) \quad (14)$$

### 3.4. Wahrheitstabeln

Konjunktio (UND)

A	B	A ∧ B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Disjunktion (ODER)

A	B	A ∨ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

**Bijunktion** (ist richtig wenn beide gleich sind)

A	B	A ↔ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A → B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	C	A ∧ B	A ∨ B	A ∧ B → A ∨ B	G
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1

## 4. Komplexe Zahlen

### 4.1. Visualisierung

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ 
 $\varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$ 

siehe Tabelle xxx

 $\tan(\varphi) = \frac{|b|}{|a|}$ 
 $\cos(\varphi) = \frac{a}{|z|}$ 
 $\sin(\varphi) = \frac{b}{|z|}$

x,y	(in Grad)	(im Bogenmaß)
a > 0, b ≥ 0	$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$	$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$
a < 0	$\varphi = \arctan \frac{b}{a} + 180^\circ$	$\varphi = \arctan \frac{b}{a} + \pi$
a > 0, b ≤ 0	$\varphi = \arctan \frac{b}{a} + 360^\circ$	$\varphi = \arctan \frac{b}{a} + 2\pi$
a = 0, b > 0	$\varphi = 90^\circ$	$\varphi = \frac{\pi}{2}$
a = 0, b < 0	$\varphi = 270^\circ$	$\varphi = \frac{3}{2}\pi$
a = 0, b = 0	$\varphi = 0^\circ$	$\varphi = 0$

### 4.2. Potenzen von i

$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$i^4 = 1$$

$$i^5 = i$$

$$i^6 = -1...$$

### 4.3. Rechenoperationen

**Addition**

$$z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = a + c + (b + d)i$$

**Subtraktion**

$$z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = a - c + (b - d)i$$

**Multiplikation**

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = ac + adi + bci + bdi^2 = ac + adi + bci + bdi^2$$

**Division**

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)}{(c + di)} \cdot \frac{(c - di)}{(c - di)} = \frac{ac - adi + bci - bdi^2}{c^2 - (di)^2} = \frac{ac + bd + (bc - ad)i}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{(bc - ad)}{c^2 + d^2}i$$

### Potenzierung

$$z^n = (a + bi)^n = (|z| \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi))^n = |z|^n \cdot (\cos(n \cdot \varphi) + i \sin(n \cdot \varphi))$$

### Wurzel

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{a + bi}$$

$$z_k = \sqrt[n]{|z|} \cdot \left( \cos\left(\frac{\varphi + k \cdot 360}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi + k \cdot 360}{n}\right) \right)$$

Es gibt immer  $n$  Ergebnisse die in  $z_k$  für  $k = 0$  bis  $k = n - 1$  berechnet werden.

### 4.4. Formen

**Kartesische Form:**

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = ac + adi + bci + bdi^2$$

### Trigonometrische Form:

$$z_1 \cdot z_2 = |z_1| (\cos(\varphi_1) + i \sin(\varphi_1)) \cdot |z_2| (\cos(\varphi_2) + i \sin(\varphi_2)) = |z_1| \cdot |z_2| (\cos(\varphi_1) \cdot \cos(\varphi_2) + \sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2))$$

## 5. Vektoren und Matrizen

Matrizen vom Typ (m,1) sind Vektoren (1-Spaltig). Die Zeilen eines Vektors sind auch die Dimension des Vektors. Ein Zeilen Vektor ist eine Matrix vom Typ (1, n).

### 5.1. Rechenoperationen

#### 5.1.1. Skalar

Die Addition, Subtraktion und Multiplikation von Matrizen mit einem Skalar (einer Zahl) c.

$$-1 \cdot A = -A$$

$$c \cdot A = A \cdot c = Ac = cA$$

$$c_1 \cdot (c_2 \cdot A) = (c_1 \cdot c_2) \cdot A$$

$$(c_1 + c_2) \cdot A = c_1 \cdot A + c_2 \cdot A$$

$$c \cdot (A + B) = cA + cB$$

### 5.1.2. Multiplikation

- Zeile von Matrix A mal Spalte von Matrix B
- Matrix A muss so viele Spalten haben wie Matrix B Zeilen hat
- Nicht Kommutativ!  $A \cdot B \neq B \cdot A$

### 5.1.3. Determinante

- Ist det A ≠ 0 dann ist die Matrix invertierbar
- Ist det A = 0 dann ist die Matrix Linear abhängig
- Schachbrettmuster (beginnend oben links mit + - + -..)
- Entwicklung am einfachsten nach der Spalte oder Zeile mit den meisten 0er.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\det A = -4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -4 \cdot (1 \cdot 5 - 1 \cdot 3) = -8$$

### 5.2. Inverse Matrix

Invertierbar sind nur Matrizen des Typ (n, n) also quadratische Matrizen. Eine Matrix ist dann Invertierbar wenn die Determinante ≠ 0 ergibt.

$$A^{-1} \cdot A = I$$

$$A \cdot A^{-1} = I$$

$$I \cdot A^{-1} = A^{-1}$$

$$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$$

$$I \cdot A = A$$

## 6. Vektoren

### 6.1. Vektor Aufstellen

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$$

### 6.2. Rechenoperation

**Addition**

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$$

**Multiplikation**

$$\vec{a} = c \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cb_1 \\ cb_2 \end{pmatrix}$$

**Betrag**

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

**Skalarprodukt**

$$\vec{a} * \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

**Kreuzprodukt (Abb. ??)**

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{n} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

Ist das Skalarprodukt = 0 dann sind die Vektoren orthogonal (senkrecht) zueinander!

## 7. Geraden und Ebenen

### 7.1. Schnittpunkte

**Gerade** Den Schnittpunkt von zwei Geraden erhält man indem man die beiden Geradengleichungen gleich setzt.

**Ebene** Bei Einer Ebene funktioniert die Berechnung des Schnittpunktes analog zu dem einer Geraden.

### 7.2. Winkel

**Gerade und Gerade**

$$\cos \alpha = \left| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \right|$$

**Gerade und Ebene**

$$\cos \alpha = \left| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \right|$$

### 7.3. Formen

#### 7.3.1. Geraden

Allgemeine Form:

$$\vec{x} = \vec{p} + t \cdot \vec{u}$$

$\vec{p}$  = Stützvektor und  $\vec{u}$  = Richtungsvektor.

#### 7.3.2. Ebenen

Parameterform

$$E: \vec{x} = \vec{p} + t \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$$

Normalform

$$\vec{n} \cdot (\vec{x} - \vec{p}) = 0$$

$\vec{p}$  = Stützvektor und  $\vec{u}, \vec{v}$  = Spannvektor

**Umformen:**

- Parameter → Normalform
- $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$  (Kreuzprodukt der Richtungsvektoren)
- $\vec{n} \cdot (\vec{x} - \vec{p}) = 0$
- Koordinatenform aufstellen

$\vec{n} \cdot \vec{x} = \vec{n} \cdot \vec{p}$  (Normalform aus multipliziert)

### 8. Grenzwerte

Der Grenzwert oder Limes einer Folge ist eine Zahl, der die Folge beliebig nah kommt. Eine Folge ist **konvergent** wenn sie solch einen Wert besitzt, ansonsten **divergent**

#### 8.1. Berechnung

Bei  $n \rightarrow \infty$  teilt man durch die variable mit der höchsten Potenz, das Ergebnis ist dann der Grenzwert.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 2n^2 - 1}{\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 + 1} = \frac{2 - 0}{1 + 0} = 2$$

### Ergebnisse

$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{0} = \infty$	$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{1}{17} = \frac{1}{17}$
-------------------	------------------------	-------------------	-------------------------------

**Vorsicht** bei  $\lim_{n \rightarrow a}$ , also Limes gegen eine Zahl a. Zunächst setzt man die Zahl a ein und prüft das Ergebnis. Es darf nicht  $\frac{0}{0}$  raus kommen. Es wird sich im Zähler und/oder Nenner ein  $n - a$  befinden. Die Folge muss dann in Linearfaktoren zerlegt werden und danach die 3 eingesetzt werden.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 5x}{2x^2 + 32x - 34} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(x-5)}{2(x-1)(x+17)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-5)}{2(x+17)} = \frac{-4}{36} = -\frac{1}{9}$$

### Ablauf bei $\lim_{n \rightarrow a}$

- Schauen ob man etwas ausklammern kann oder muss
- Anwendung der p-q Formel um die Nullstellen zu berechnen
- Sind die Nullstellen  $x_1 = -4$  und  $x_2 = 5$  dann ist die Auflösung der Binomischen Formel  $(x + 4)(x - 5)$
- Binomische Formel zur Kontrolle ausmultiplizieren
- Nun im Zähler und Nenner kürzen
- Danach wird a eingesetzt und das Ergebnis ist der Grenzwert.